Matemàtica Discreta

Miquel Rodríguez Juvany

2n Trimestre

Índex

[Tema 0. Història de la Matemàtica Discreta 3](#_Toc132191696)

[Tema 1. Lògica 4](#_Toc132191697)

[1.1 Raonament (formalitzat) 4](#_Toc132191698)

[1.2 Llenguatge proposicional 5](#_Toc132191699)

[1.3 Llenguatge de la lògica proposicional (definicions) 6](#_Toc132191700)

# Tema 0. Història de la Matemàtica Discreta

**Aristòtil** (*350 aC.*): Primera proposta Lògica Matemàtica: Intenta endreçar coneixement, el que es pot deduir de una lògica. Formalitza Raonaments i intenta dir si són fals o certs.

**Kant** (*1750*): Diu que la lògica està esgotada.

**George Boole** (*1854*): Desmenteix a Kant 🡪 fa una nova proposta de lògica 🡪 Separa frases – variables, connectors, taules de veritat, etc...

**Fedge** (*1879*): Introdueix nova simbologia ∀, ∃, ∈...

**Shannon** (*1936*): Lligam entre la lògica matemàtica i els circuits electrònics 🡪 Mapes de Karnaugh.

**Alan Turing** (*1940*): Qualsevol sistema axiomàtic té algoritmes per demostrar la seva certesa.

**Davids & Putman** (*1960*): Raonament automàtic ≈ Aprenentatge automàtic 🡪 Deduccions lògiques aplicant algorismes 🡪 I.A.

# Tema 1. Lògica

**Ciència** que s’encarrega d’estudiar el raonament correcte.

Comprèn 3 àrees: Filosofia, matemàtica, informàtica.

Té com a objectiu establir **models de raonament** que ens permeten **acceptar** o **rebutjar** argumentacions / deduccions.

Ex: Avui és dilluns 🡪 Fet.

Procés mental (deducció) 🡪 Fa humitat. Si fa humitat llavors fa calor 🡪 Cert?

Raonament: Procés d’extreure informació de la informació.

La lògica està molt interessada en el raonament:

* Com extraiem informació?
* Quan aquesta extracció està ben feta?

S’aplica:

* Computació
* Matemàtiques
* Intel·ligència Artificial

**Exemple de raonament**:

1. Si el Rector la seva temperatura sobrepassa 180º llavors hi ha risc d’explosió
2. La lectura actual de la temperatura del reactor és de 180º
3. NOVA INFORMACIÓ PER RAONAMENT 🡪 Hi ha risc d’explosió.

Raonament automàtic: Base coneixement + Motor d’inferència = Algorismes que automatitzen el procés de raonar.

## Raonament (formalitzat)

Definició: Seqüència de sentències formulades de manera que l’acceptació de les primeres sembla que ens porta a l’acceptació de les últimes.

Exemple: Els diumenges el supermercat està tancat. El supermercat avui està tancat, **per tant** avui és diumenge.

Exemple 2: Quan la pressió és massa baixa hi ha risc de tempestes. La pressió no és molt baixa, **així que** no hi ha risc de tempestes.

Correctesa / No correctesa del raonament:

Un raonament és vàlid quan:

1. podem anar de les premisses a les conclusions aplicant unes determinades regles (validació sintàctica).
2. En qualsevol situació en les que les premisses són vàlides la conclusió és vàlida (validació semàntica).

D és diumenge, T el supermercat està tancat.

Conclusió:

Regles? Teoria de models 🡪 Deducció per resolució.

Formalitzant la representació del llenguatge natural.

Llenguatge Natural:

* Gran poder de comunicació i expressió.
* Gran defecte 🡪 - ambigüitat

- permet paradoxes (fet contrari a la lògica) 🡪 Estic mentint? Necessitem **determinisme** 🡪 0 o 1

Necessitem un llenguatge simbòlic! 🡪 Llenguatge proposicional.

Definició: L’estudi del Raonament expressat en llenguatge proposicional s’anomena Lògica proposicional 🡪 CP 0 🡪 CP 1.

## Llenguatge proposicional

Resumint: Direm que una cosa és certa o falsa.

Definició: Preposició: És una sentència declarativa que és **verdadera** o **falsa**.

* Simples (atòmiques ≡ àtom) unitat més simple del llenguatge es representen amb lletres.
* Compostes (vàries proposicions atòmiques).

Si **unim** proposicions simples **obtenim** una proposició composta.

Aquesta unió de proposicions simples es fa utilitzat connectors 🡪 Es corresponen amb AND, OR, NOT...

Connectors del llenguatge natural:

x, y 🡪 ∧ (conjunció)

o 🡪 ∨ (disjunció)

no 🡪

Exemple: La neu és blanca i plou

N ∧ P

La negació d’una proposició atòmica la converteix en composta

Connectors causa-efecte:

Si [alguna cosa] llavors [alguna cosa]

🡪

Ex: **Si** plou avui **llavors no** anirem al cinema

P 🡪

∧ 🡪 i, però

∨ 🡪 o (no exclusiu)

🡪 no

🡪 🡪 si ... llavors, quan ... llavors, si ... quan, ...

Quan és vacances **i** les botigues tenen permès obrir, les rebaixes abunden **si no** plou.

4 àtoms 🡪 p: és vacances

🡪 A: les botigues tenen permès obrir

🡪 R: les rebaixes abunden

🡪 T: plou

Quan P ∧ A llavors (si llavors R)

## Llenguatge de la lògica proposicional (definicions)

Definició: Els símbols, P, Q, A... usats per **denotar** proposicions atòmiques.

Són anomenades fórmules atòmiques o àtoms.

Definició: Les **proposicions** o **fórmules** o **fórmules ben formades** (fbf) estan definides de la següent manera:

1. un àtom és una fbf.
2. Si G és una fbf **llavors** 🡪 és una fbf
3. Si G i H són fbf **llavors** G H és fbf, G v H és fbf, G 🡪 H és fbf, G 🡨🡪 H és fbf.
4. Totes les fbf es generen explicant a, b i c.

Gramàtica != Conjunt de símbols terminals.

CP0 = {, ∨, 🡪, 🡨🡪, , (, ), A, B, ..., Z}

Qualsevol element del nou llenguatge ha de ser una combinació dels símbols terminals de la gramàtica.

# Exercicis Tema 1

## Exercici 1

**Identifica les premisses i conclusions dels següents paràgrafs:**

1. La tanca al voltant d’un cementiri és absurda, ja que els qui són dins no en poden sortir i els qui són fora no hi poden entrar.
2. Cap home accepta consells, però tots els homes accepten diners; per tant, els diners són millors que els consells.
3. Donat que hi ha resistència elèctrica en les bobines que transporten corrent d’un imant superconductor, no es dissipa energia en forma de calor i és possible mantenir camps intensos pràcticament sense cap despesa d’energia.

## Exercici 2

**Representeu les sentències següents en CP0:**

1. Si plou no surtis al carrer.
2. Hi ha aigua fresca a la nevera i natural dins l’armari.
3. Odiava a tot aquell que es creuava en el seu camí o que li duia la contrària
4. Si tens gana menja’t la cama i si tens fred beu del galet.
5. Si tens fred i gana vols agafar aleshores posa’t a ballar.
6. El Port Aventura s’obrirà tret que plogui.
7. Pots escriure amb bolígraf o amb llapis però mai amb am0bdues coses alhora.
8. El Barça guanyarà la Lliga i la Copa d’Europa però si es produeix algun miracle o en Cruyff no fa de les seves.
9. Si es vol ubicar apropiadament el nou palau de justícia, s’haurà de situar en el cor de la ciutat; i si es vol que compleixi adequadament les seves funcions, és necessari que es construeixi de dimensions bastant grans per tal de que hi càpiguen totes les oficines de l’ajuntament.
10. Resoldre els exercicis i assistir a classe seria suficient per aprovar l’assignatura si fóssim pocs.

## Exercici 3

**Tenim els següents enunciats o proposicions:**